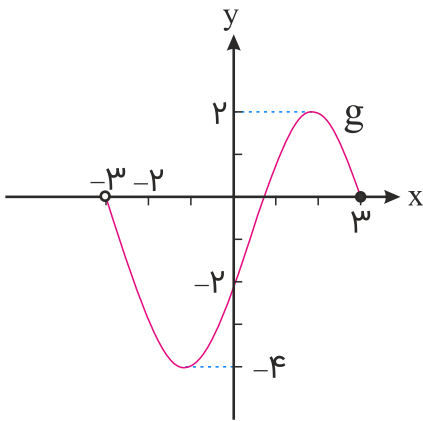


## حسابان

۱ اگر  $f(x) = 6x^2 - 3$  و نمودار تابع  $g$  به صورت زیر باشد، دامنه تعریف تابع  $g \circ f$  کدام است؟



(۱)  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

(۲)  $[-2, 2]$

(۳)  $[-1, 1] - \{0\}$

(۴)  $[-1, 1]$

۲  $f$  تابعی است که جزء صحیح هر عدد را با جزء صحیح قرینه آن عدد جمع می‌کند، ترکیب تابع  $f$  با خودش به صورت کدام گزینه زیر است؟

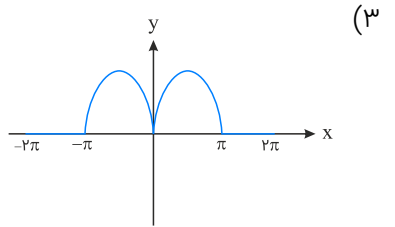
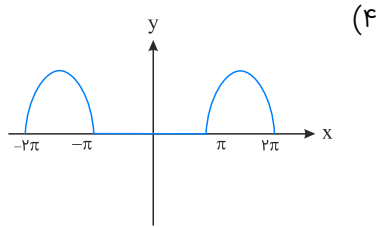
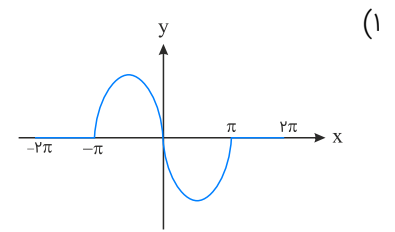
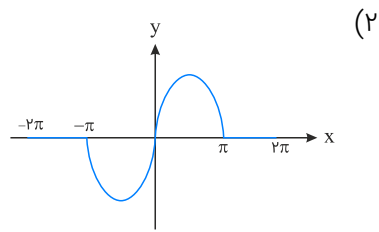
(۱) دو نیم خط

(۲) یک پاره خط

(۳) همان محور طول‌ها

(۴) پاره خطی موازی محور طول‌ها

نمایش هندسی  $y = |\sin x| + \sin |x|$  در فاصله  $[-2\pi, 2\pi]$  به صورت کدام گزینه است؟



۴ اگر  $f(x) = 2x - 1$  باشد، تابع  $g(x) = (f + 2f^{-1}) \circ f$  با محورهای مختصات چه مساحتی می‌سازد؟

- (۲) ۲ | ۳ | ۳ | ۲  
(۴) ۲ | ۳ | ۳ | ۲

- (۱) ۱ | ۲ | ۲ | ۳  
(۳) ۲ | ۳ | ۳ | ۲

۵ اگر برای دو تابع  $f$  و  $g$  داشته باشیم  $D_f = R_g$  و  $R_f = D_g$  آنگاه:

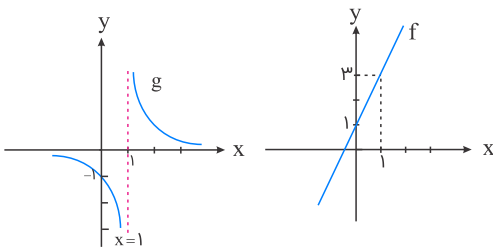
(۲)  $g = f^{-1}$

(۱)  $f = g^{-1}$

(۴) چیزی نمی‌توان گفت.

(۳)  $f^{-1} = g^{-1}$

۶ اگر نمودار  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشد، ضابطه  $h = g \circ f^{-1}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{x-1}$   
(۲)  $\frac{2}{x-1}$   
(۳)  $\frac{2}{x-3}$   
(۴)  $\frac{2}{x-4}$

تابع  $y = -x^3$  وارون خود را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۷

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

کدام گزینه صحیح نیست؟

۸

(۱) اگر  $f$  اکیداً یکنوا باشد، الزاماً  $f^{-1}$  هم اکیداً یکنوا است.

(۲) اگر گودی تابع  $f$  روبه  $y$ ‌های مثبت باشد، الزاماً گودی  $f^{-1}$  روبه  $y$ ‌های منفی است.

(۳)  $f$  و  $f^{-1}$  می‌توانند یکدیگر را روی  $y = x$  قطع نکنند.

(۴) ترکیب هر تابع با وارونش می‌تواند  $y = x$  یا قسمتی از آن باشد.

اگر  $f(x)$  به صورت زیر باشد، وارون تابع در بازه‌ای که اکیداً نزولی است، کدام است؟

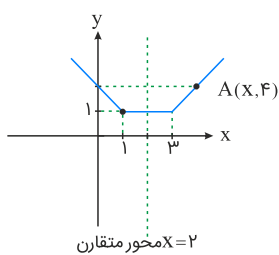
۹

$$(۱) \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}; x \leq -1$$

$$(۲) -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}; x \geq 1$$

$$(۳) -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}; x \leq 1$$

$$(۴) \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}; x \geq 1$$



وارون  $f(x) = |x - 1| - |x - 3|$  در بازه‌ای که اکیداً یکنوا است، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}x - 2$  ;  $-2 \leq x \leq 2$
- (۲)  $2x + 2$  ;  $-2 \leq x \leq 2$
- (۳)  $\frac{1}{2}x + 2$  ;  $1 \leq x \leq 3$
- (۴)  $\frac{1}{2}x + 2$  ;  $-2 \leq x \leq 2$

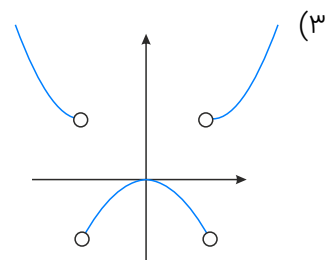
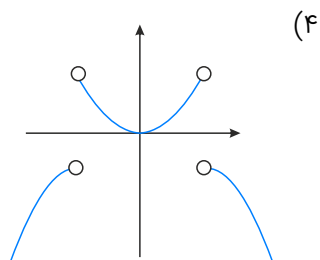
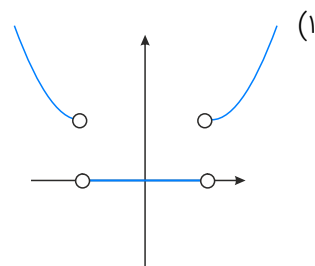
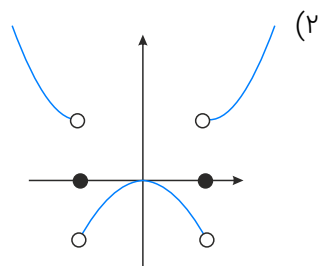
اگر  $f$  اکیداً صعودی و تابع همانی را با زاویه  $\theta$  قطع کند، زاویه بین  $f$  و وارونش چقدر است؟

- (۱)  $\theta$
- (۲)  $\frac{\theta}{2}$
- (۳)  $2\theta$
- (۴)  $\frac{\pi}{2} - \theta$

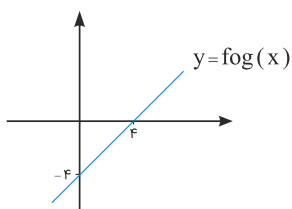
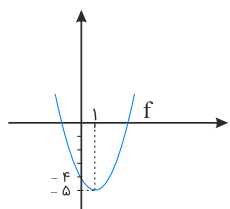
$f$  تابعی پیوسته و اکیداً نزولی است که به صورت  $f : [0, 3] \rightarrow [1, 2]$  تعریف می‌شود. تعداد صفرهای تابع  $y = f \circ f^{-1}(x)$  چقدر است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۰
- (۴) بی‌شمار

اگر  $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ،  $g(x) = x^2 - 1$  و  $h(x) = x^2$  باشد، نمایش هندسی  $y = h(x) (fog(x))$  در صفحه مختصات به کدام صورت است؟



اگر نمودار  $f$  و  $y = (fog)(x)$  به صورت زیر باشند، تابع  $g$  به ازای  $x = 0$  کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

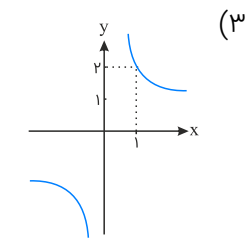
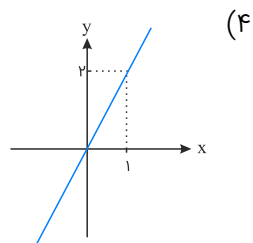
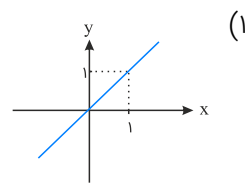
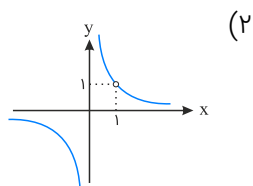
۳ (۳)

۴ (۴)

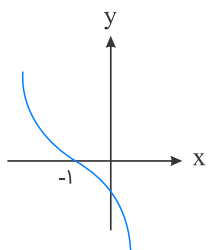
اگر  $f(x)$  تابعی خطی با شیب ۲ و عرض از مبدأ ۱ و  $g(x)$  مجموعه خطوطی موازی نیمساز اول و سوم با عرض از مبدأ  $h$  باشند، به ازای کدام مقدار  $h$ ، مقدار تابع  $f$  به ازای  $g(0)$  با  $(g \circ f)(1)$  برابر است؟

- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۱
- (۴) ۲

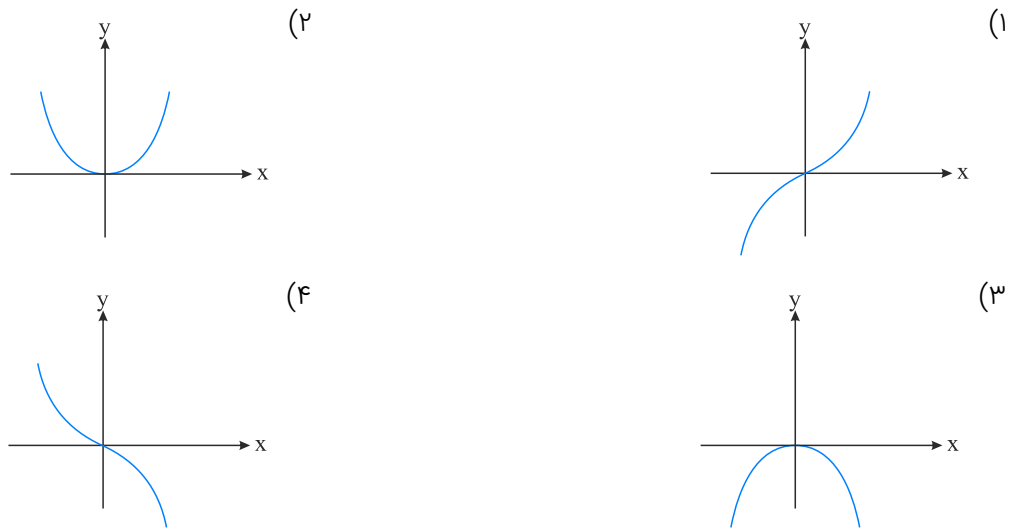
اگر مقدار تابع  $f$  به ازای  $g(x)$  با قرینه تابع  $f$  برابر باشد و  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  باشد، نمودار  $g(x)$  به کدام صورت زیر می‌تواند باشد؟



تابع  $f$  از درجه سوم و به صورت زیر است، در تابع  $g(x) = \sqrt{(x^2 - x)f(x)}$  بزرگ‌ترین مجموعه‌ای که  $x$  می‌تواند به آن تعلق داشته باشد، کدام است؟



- (۱)  $D_f$
- (۲)  $D_f \cap (-\infty, 0]$
- (۳)  $D_f \cap [0, +\infty)$
- (۴)  $(-\infty, -1] \cup [0, 1]$



۱۹ یک تابع خطی که با شیب مثبت محورهای مختصات را در نقاطی با طول و عرض قرینه قطع می‌کند را در نظر بگیرید. ضابطه تابع  $g(x) = f(-f(x))$  به کدام صورت زیر است؟

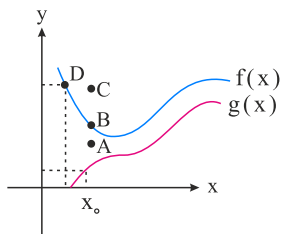
- (۱)  $y = x$
- (۲)  $y = -x$
- (۳)  $y = -x + 2a$
- (۴)  $y = -x - 2a$

۲۰ f یک تابع چندجمله‌ای از درجه سوم است و صفری برابر با ۱- دارد و از نقاط  $A(2, 5)$  و  $B(1, -3)$  عبور می‌کند و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند، ضابطه آن کدام است؟

- (۱)  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5x + 2$
- (۲)  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 7x^2 + 6x + 2$
- (۳)  $y = \frac{10}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{29}{6}x + 2$
- (۴)  $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x + 2$



اگر نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت شکل زیر باشند، نقطه  $(x_0, fog(x_0))$  در صفحه مختصات کدام است؟



- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

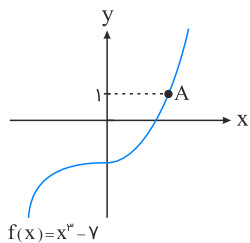
تابع  $f(x) = x - \sqrt{x}$  داده شده است. اگر صفرهای تابع  $g$  به طول  $x = 12$  و  $x = -\frac{2}{9}$  باشند، آنگاه نمودار تابع  $g \circ f$  در نقاطی با کدام طول، عرضی برابر با صفر دارد؟

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| (۲) $4$ و $\frac{1}{9}$  | (۱) $9$ و $\frac{1}{4}$  |
| (۴) $16$ و $\frac{1}{9}$ | (۳) $\frac{1}{16}$ و $9$ |

اگر  $f(x) = x^2$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشد، نمایش هندسی  $y = -2fog(x)$  در صفحه مختصات چه چیزی را نشان می‌دهد؟

- |   |   |
|---|---|
| (۲) خطی عبوری از مبدأ و نواحی دوم و چهارم | (۱) خطی عبوری از مبدأ و نواحی اول و سوم |
| (۴) نیم‌خطی در ناحیه چهارم                | (۳) نیم‌خطی در ناحیه سوم                |

باتوجه به شکل زیر، فاصله نقطه A تا نقطه متناظرش روی تابع وارون f کدام است؟



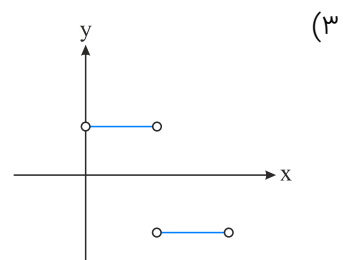
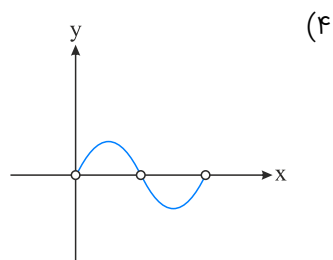
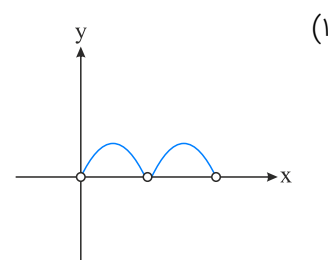
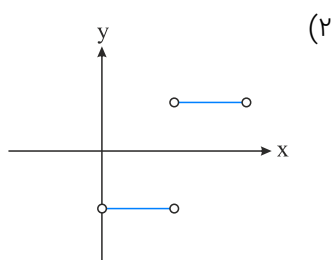
(۱) ۲

(۲)  $\sqrt{2}$

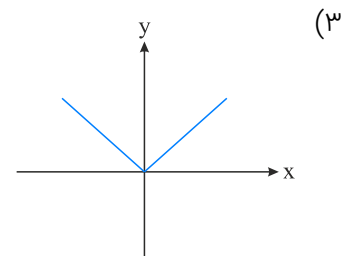
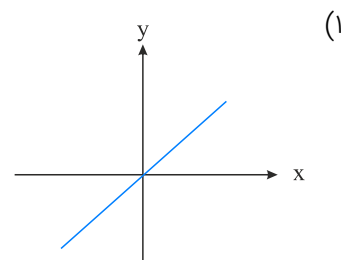
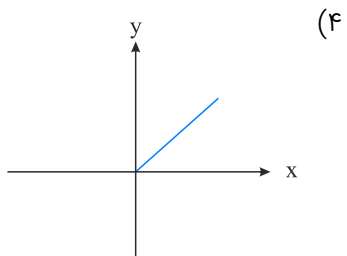
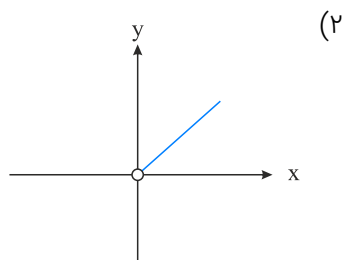
(۳) ۱

(۴)  $\sqrt{3}$

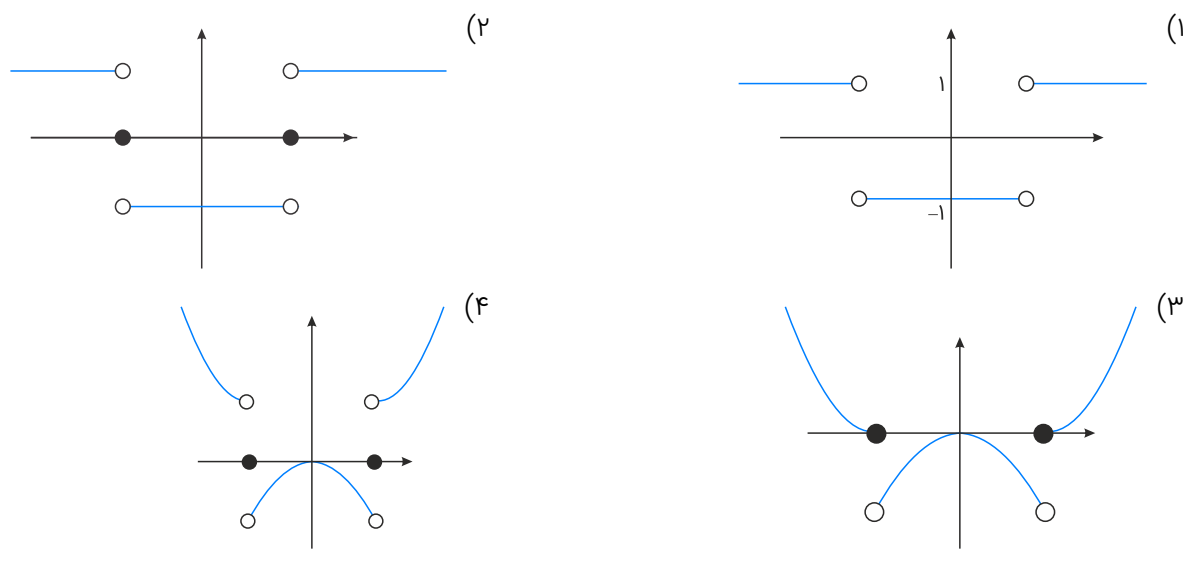
اگر  $x = 0$  و  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  و  $g(x) = \sin x$  باشد، نمودار  $y = fog(x)$  در بازه  $[0, 2\pi]$  در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



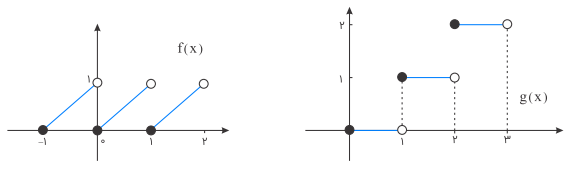
اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = x^2$  باشد، کدام گزینه قسمت‌های مشترک دو تابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را به درستی نشان می‌دهد؟



اگر توابع  $f(x) = x^2 - 1$  و  $g(x) = x^2 - 1$  تعریف شوند، نمودار  $y = fog(x)$  در کدام گزینه آمده است؟

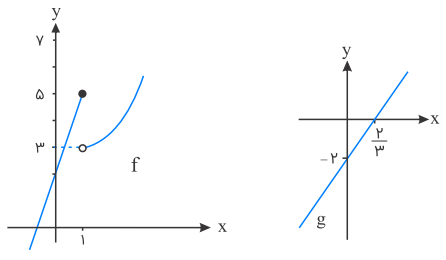


اگر نمودار  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشد، حاصل  $fog - gof$  کدام است؟



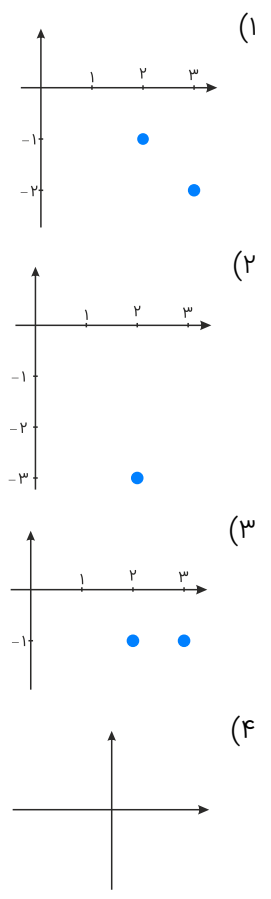
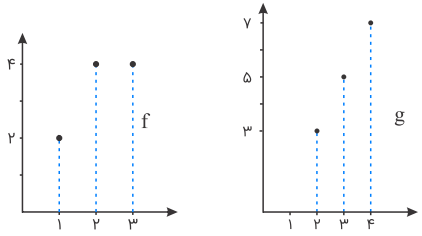
- (۱)  $2f$
- (۲)  $2f - g$
- (۳)  $0$
- (۴)  $1$

اگر نمودار  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشد، مقدار تابع  $f$  به ازای  $g(1)$  کدام است؟

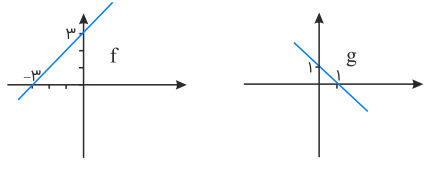


- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۵

اگر نمایش  $f$  و  $g$  در صفحه مختصات به صورت زیر باشد، آنگاه  $f \circ g - g \circ f$  کدام است؟



اگر نمودارهای  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشند، آنگاه تابع  $y = f(g(x^2))$  چندبار محور  $x$  ها را قطع می کند؟

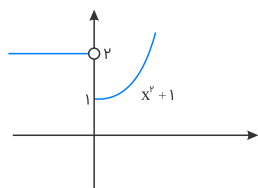


- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ریشه ندارد

f تابعی خطی است که با جهت مثبت محور xها زاویه‌ای حاده می‌سازد و از تقاطع آن با محورهای مختصات مثلی متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه پدید می‌آید. تابع  $y = f(-f(x))$  کدام است؟

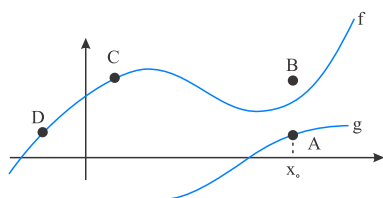
- (۱) خطی موازی نیمساز ناحیه دوم و چهارم
- (۲) تابع همانی
- (۳) نیمساز ناحیه دوم و چهارم
- (۴) خطی موازی نیمساز ناحیه اول و سوم

اگر نمودار f به صورت زیر باشد، حاصل  $f(-f(x))$  کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲)  $(x^2 + 1)^2$
- (۳) ۳
- (۴) x

اگر نمودار تابع f و g به صورت زیر باشد، نقطه  $(x_0, f \circ g(x_0))$  کدام است؟



- (۱) A
- (۲) B
- (۳) C
- (۴) D

۳۵ اگر  $g(x) = x^2$  باشد، شیب خط  $f(x) = mx + 1$  چقدر باشد تا تساوی  $(f \circ g)(1) = (g \circ f)(1)$  برقرار شود؟

- (۱) ۱  
(۲) -۱  
(۳) ۲  
(۴) -۲

۳۶ در تابع  $g(x) = \frac{-2}{\sqrt{3x^4 - 2x^3}}$  مقدار  $g'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۶  
(۲) -۶  
(۳) ۱۲  
(۴) -۱۲

۳۷ دامنهٔ تعریف تابع  $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\mathbb{R} - \{x \in \mathbb{R}; x = k\pi + \frac{\pi}{2}\}$   
(۲)  $\mathbb{R} - \{x \in \mathbb{R}; x = \frac{k\pi}{4}\}$   
(۳)  $\mathbb{R} - \{x \in \mathbb{R}; x = k\pi\}$   
(۴)  $\mathbb{R} - \{x \in \mathbb{R}; x = \frac{k\pi}{2}\}$

۳۸ ماکزیم مساحت مثلثی که در یک بیضی قرار می‌گیرد و دو رأس آن  $F$  و  $F'$  و رأس دیگر آن نقطه  $M$  روی بیضی باشد، کدام است؟

$$\frac{bc}{2} \quad (۲)$$

$$ab \quad (۱)$$

$$\frac{ab}{2} \quad (۴)$$

$$bc \quad (۳)$$

## حسابان

۳۹ یکی از نقاط تقاطع منحنی  $y = \sqrt{-x+1}$  با منحنی وارون خود کدام است؟

$$(۳, ۳) \quad (۲)$$

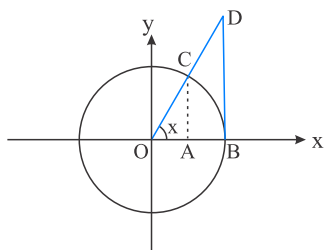
$$(۲, ۰) \quad (۱)$$

$$(۰, ۱) \quad (۴)$$

$$(-۲, -۱) \quad (۳)$$



باتوجه به دایرهٔ مثلثاتی زیر نسبت  $\frac{AB}{(BD)^2}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

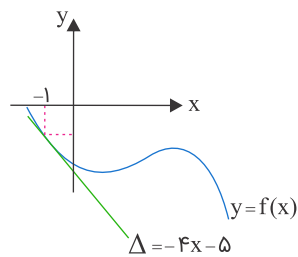


- (۱)  $\frac{1}{6}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{3}$
- (۴)  $\frac{1}{3}$

در نقطه‌ای با کدام طول، مماس بر تابع  $y = x^2 + x$  موازی قاطعی است که دو نقطه به طول‌های  $x = 1$  و  $x = 3$  واقع بر منحنی را به هم وصل می‌کند؟

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| (۱) $\frac{1}{1}$ | (۲) $\frac{1}{5}$ |
| (۳) $2$           | (۴) $\frac{4}{3}$ |

خط  $\Delta$  در  $x = -1$  بر تابع  $f$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x) + f(x)}{x+1}$  کدام است؟



(۱) ۴

(۲) -۴

(۳) ۱۲

(۴) -۱۲

در تمام گزینه‌ها هر نقطه دلخواه از  $\mathbb{R}$  یک نقطه بحرانی  $y$  است، به جز .....

(۲)  $y = \left[ \frac{|x|}{|x| + 1} \right]$

(۱)  $y = [x - [x]]$

(۴)  $y = \tan x \cdot \cot x$

(۳)  $y = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

۴۴

اگر  $f(x) = [x]$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x) - f(\sqrt{2})}{x - \sqrt{2}}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است)

- (۱) ۱  
 (۲) -۱  
 (۳) صفر  
 (۴) وجود ندارد.

۴۵

اگر  $f(x) = 21x^3 - \frac{21}{2}x^2 + 62$  باشد، مجموع ریشه‌های معادله  $f'(x) = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$   
 (۲) صفر  
 (۳) ۱  
 (۴)  $-\frac{1}{3}$

۴۶

در تابع  $f(x) = x - \sqrt{4 - x^2}$  وقتی  $x$  در دامنه  $f(x)$  تغییر می‌کند، حدود  $f(x)$  در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱)  $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$   
 (۲)  $[-2, 2\sqrt{2}]$   
 (۳)  $[-2, 2]$   
 (۴)  $[-2\sqrt{2}, 2]$

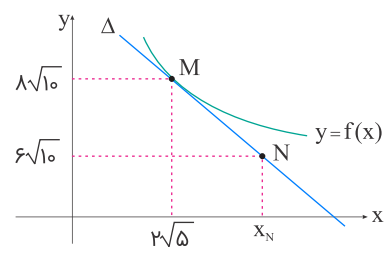
معادله سواحل دو طرف یک رودخانه، توابعی به معادلات  $y = x^2$  و  $y = x - 1$  است. در نقطه‌ای به کدام طول از ساحل  $y = x^2$ ، پل ساخته شده بین دو طرف خشکی، کوتاه‌ترین طول را دارد؟

- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳) صفر
- (۴)  $\frac{1}{3}$

نمودار تابع  $f(x) = (x^2 - 1)^3$  چند نقطه اکسترم نسبی دارد؟

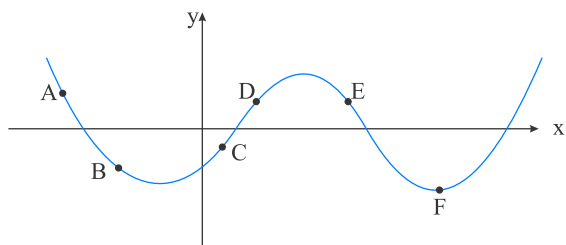
- (۱) هیچ
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

در شکل زیر، خط  $\Delta$  در نقطه  $M$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. اگر  $f'(2\sqrt{5}) = -\sqrt{2}$  باشد، طول نقطه  $N$  کدام است؟



- (۱)  $10\sqrt{2}$
- (۲)  $5\sqrt{2}$
- (۳)  $4\sqrt{5} + 1$
- (۴)  $4\sqrt{5}$

شکل زیر مربوط به نمودار تابع  $y = f(x)$  است. در چند نقطه از نقاط تعیین شده روی نمودار، رابطه  $ff' < 0$  برقرار است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

هندسه

دایره‌ای بر محور طول‌ها و خط  $4x + 3y = 0$  مماس است. اگر مرکز دایره در ناحیه چهارم و شعاع آن ۲ واحد باشد، طول نقطه تماس آن با محور طول‌ها کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۵۲ در یک جامعه آلوده خاص، احتمال انتقال کرونا ویروس از شخص مبتلا، به مردان ۱۰ درصد و به زنان ۶ درصد است. با کدام احتمال فردی در یک جامعه آلوده، این بیماری را ندارد؟

(۲)  $0/92$

(۱)  $0/91$

(۴)  $0/94$

(۳)  $0/93$

## حسابان

۵۳ اگر  $x = 2$  یک نقطه بحرانی  $f(x) = x^3 + px^2 + (p + 3)x + 2p$  باشد، طول نقطه بحرانی دیگر این تابع کدام است؟

(۲)  $x = 1$

(۱)  $x = -2$

(۴)  $x = 0$

(۳)  $x = -1$

۵۴ اگر در سه جمله‌ای درجه دوم  $f(x) = -x^2 + px + q$  حاصل جمع شیب خطوط مماس بر تابع در دو نقطه به طول‌های  $x = 5$  و  $x = -1$  صفر باشد، خط مماس در  $x = 2$  موازی کدامیک از خطوط زیر است؟

(۲)  $x = 2$

(۱)  $y = 2x + 1$

(۴)  $y = x$

(۳)  $y = 6$

۵۵ اگر  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \sqrt{2}$  باشد، حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  کدام است؟

(۱)  $f'(a)$

(۲)  $f(\sqrt{2})$

(۳)  $f'(\sqrt{2})$

(۴)  $f(a)$

۵۶ مقدار زاویه‌ای که خط مماس بر تابع  $f(x) = \sqrt{1-x}$  در نقطه  $x = \frac{1}{4}$  با جهت مثبت محور xها می‌سازد، کدام است؟

(۱)  $\frac{\pi}{4}$

(۲)  $\frac{3\pi}{4}$

(۳)  $\frac{\pi}{6}$

(۴)  $\frac{\pi}{6}$

(۱)  $\frac{\pi}{4}$

(۳)  $\frac{5\pi}{6}$

۵۷ معادله خط مماس بر تابع وارون  $f(x) = x^3$  در مبدأ مختصات کدام است؟

(۱)  $x = 0$

(۲)  $y = 0$

(۳)  $y = x$

(۴)  $y = -x$

(۱)  $x = 0$

(۳)  $y = x$

اگر  $M$  و  $m$  به ترتیب ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع زیر در بازه  $[0, 2]$  باشد، حاصل  $\frac{M}{m}$  کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - \frac{x}{3} & ; 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + x - \frac{4}{3} & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

(۲) -۶۳

(۱) ۶۳

(۴) -۷

(۳) ۷



ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = 1 - \sqrt[3]{(x-3)^2}$  روی بازه  $[-5, 4]$  چقدر از مینیمم مطلق آن بیشتر است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

نمودار  $y = x^2 - 3|x| + 2$  چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

اگر  $x \in [-2, 1]$  باشد، ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = (x+1)^{\frac{2}{3}}$  چقدر از مینیمم مطلق آن بیشتر است؟

 $\sqrt{2}$  (۲)

۱ (۱)

 $\sqrt[3]{4}$  (۴) $\sqrt[3]{2}$  (۳)

در تابع  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  اگر  $x$  در بازه  $(\frac{3}{2}, 3)$  تغییر کند، مقادیر  $y$  در کدام بازه تغییر می‌کنند؟

- (۱)  $[-1, 18]$
- (۲)  $(\frac{17}{8}, 19)$
- (۳)  $[-1, 19]$
- (۴)  $[-1, 19)$

تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x \leq 0 \\ x^2 + 2x & ; x > 0 \end{cases}$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

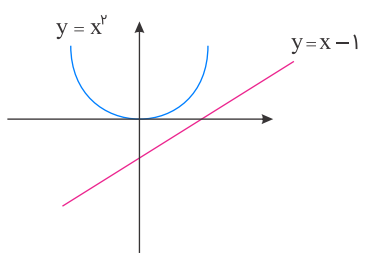
اگر  $A(3, 2), B(1, -1), C(x, 0)$  و  $CA + CB$  مینیمم باشد،  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$
- (۲)  $\frac{5}{3}$
- (۳)  $\frac{1}{3}$
- (۴)  $\frac{2}{3}$

از نقطه‌ای واقع در ربع اول و روی خط  $y = \frac{6-x}{2}$  دو عمود بر محورهای مختصات وارد می‌کنیم، ماکزیمم مساحت چهار ضلعی پدیدآمده کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲)  $\frac{4}{5}$
- (۳) ۵
- (۴)  $\frac{5}{5}$

روی نقشه جغرافیایی، لبه دو خشکی که از هم فاصله دارند، معادلاتی به صورت  $y = x^2$  و  $y = x - 1$  دارند. برای ساختن یک پل به کوتاه‌ترین طول، از کدام نقطه از سهمی اقدام به ساخت کنیم؟



- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳) ۰
- (۴)  $\frac{3}{2}$

در بین تمام مثلث‌های متساوی‌الساقین با محیط ۳، ماکزیمم مساحت کدام است؟

$$2\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

می‌خواهیم یک صفحه چاپی شامل ۶۰ سانتی‌متر مربع مطلب چاپ‌شده باشد، ضمناً در هر طرف ۵ سانتی‌متر و در بالا و پایین ۳ سانتی‌متر حاشیه داشته باشیم. طول خطوط چاپ شده چقدر باشد که کاغذ به کار رفته مینیمم گردد؟

$$7/5 \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

$$12/5 \quad (۴)$$

$$10 \quad (۳)$$

اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$  و  $g(x) = x^3 - 1$  باشند؛ مقدار  $(g \circ f)'(-4)$  کدام است؟

$$8 \quad (۲)$$

$$-8 \quad (۱)$$

$$24 \quad (۴)$$

$$-24 \quad (۳)$$

در تابع  $f(x) = \frac{2x^2}{x^3 - 4x + 5}$  مقدار  $f'(-1)$  کدام است؟

(۲)  $\frac{-15}{32}$

(۱)  $\frac{17}{4}$

(۴)  $\frac{9}{32}$

(۳)  $\frac{-17}{4}$

معادله خط مماس بر تابع  $y = \frac{x-3}{x}$  از نقطه‌ای به طول ۱ روی آن، مثلی با محورهای مختصات می‌سازد. مساحت این مثلث چقدر است؟

(۲)  $\frac{25}{6}$

(۱)  $\frac{25}{3}$

(۴) ۱۵

(۳) ۲۵

در صفحه مختصات، خطوطی موازی محور طول‌ها رسم کرده‌ایم که سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  را در دو نقطه قطع کرده‌اند. حاصل جمع شیب خطوط مماس بر این سهمی در نقاط برخورد با خطوط افقی چقدر است؟

(۲) ۲

(۱) صفر

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

۷۳ اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$  باشد، مقدار  $\frac{f''(1)}{f(1)}$  کدام است؟

(۲)  $\frac{10}{9}$   
(۴)  $\frac{2}{9}$

(۱)  $-\frac{10}{6}$   
(۳)  $\frac{5}{3}$

تابع مشتق کدامیک از توابع زیر در  $x = 1$  مشتق پذیر است؟

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 1 \quad (۲) \\ \frac{1}{۲}x + \frac{1}{۲} & ; x < 1 \end{cases}$$

$$k(x) = \begin{cases} x^۳ + ۳x - 1 & ; x \geq 1 \quad (۴) \\ ۳x^۲ & ; x < 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^۳ + 1 & ; x > 1 \quad (۱) \\ -1 & ; x = 1 \\ ۲x^۲ - 1 & ; x < 1 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} ۴ - ۳x & ; x \geq 1 \quad (۳) \\ ۳ - ۲x^۳ & ; x < 1 \end{cases}$$

۷۵ اگر مشتق  $f\left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)$  در  $x = 4$  برابر با ۴ باشد، مقدار  $\sqrt[3]{f'\left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)}$  کدام است؟

(۲) ۴

(۱) ۸

(۴)  $\sqrt[3]{16}$

(۳)  $\sqrt[3]{32}$

۷۶ اگر  $f(x) = 3\sqrt[3]{x^2}$  باشد، مقدار مشتق  $f \circ f(x)$  در  $x = 27$  کدام است؟

(۲)  $\frac{4}{27}$

(۱)  $\frac{2}{9}$

(۴)  $\frac{4}{9}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

۷۷ اگر  $f(1) = -2$ ،  $f'(1) = 3$  و  $g(1) = 1$ ،  $g'(1) = -1$  باشد، مقدار مشتق  $\frac{fg}{f-g}(x)$  در  $x = 1$  کدام است؟

(۲)  $-\frac{23}{9}$

(۱)  $-\frac{7}{9}$

(۴)  $-\frac{23}{4}$

(۳)  $-\frac{7}{4}$



آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم کره نسبت به شعاع  $r$  در  $r = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{8}{3}$
- (۲) ۸
- (۳)  $8\sqrt{2\pi}$
- (۴)  $\frac{8}{3}\sqrt{2\pi}$

اگر مجموع شیب نیم‌مماس چپ و راست وارد بر تابع  $f(x)$  در  $x = 5$  برابر با ۴ باشد و  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(5 - 3h) - f(5)}{2h} = 6$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(5) - f(2h + 5)}{h}$  کدام است؟

- (۱) -۱۶
- (۲) صفر
- (۳) ۴
- (۴) -۲۶

تابع  $f(x) = (x + 2) | (x + 2)(x + 3)^2 |$  است. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) تابع  $f(x)$  در  $x = -2$  مشتق‌ناپذیر است؛ زیرا در این نقطه ناپیوسته است.
- (۲) تابع  $f(x)$  در محل ریشه‌های خود مشتق‌ناپذیر است.
- (۳) تابع  $f(x)$  در تمام مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است.
- (۴) تابع  $f(x)$  در  $x = -3$  مشتق‌ناپذیر و در  $x = -2$  مشتق‌پذیر است.

اگر تابع  $h(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - a & ; x > -1 \\ x^3 - 4x^2 + bx & ; x \leq -1 \end{cases}$  در تمام مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر باشد، حاصل  $a^2 + 2ab + 10b$  کدام است؟

(۲) ۱۱۹

(۱) ۹۱

(۴) ۸۹

(۳) ۱۴۰

تابع  $f(x) = \begin{cases} ax + 3 & ; x \geq 2 \\ bx^2 - ax + 6 & ; x < 2 \end{cases}$  در تمام مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. حاصل  $\frac{a+b}{b-a}$  کدام است؟

(۲) -۳

(۱)  $-\frac{1}{3}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

معادله خط مماس بر تابع  $g(x) = \frac{2x^2 - 6}{x - 3}$  در نقطه  $x = x_0$ ،  $(x_0 > 3)$  برابر با  $y + x = 27$  است. مختصات نقطه تماس کدام است؟

- (۱)  $(1, 22)$  (۲)  $(5, 23)$   
 (۳)  $(1, 23)$  (۴)  $(5, 22)$

خط گذرنده از نقاط  $A(-1, 0)$  و  $B(2, y_B)$  بر خط مماس بر تابع  $f(x) = -x^2 + 4x - 5$  در نقطه  $x = 3$  عمود است.  $y_B$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{10}$  (۲)  $\frac{3}{2}$   
 (۳)  $-6$  (۴)  $\frac{3}{4}$

اگر  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 12$  باشد، خط مماس بر تابع  $f(x)$  در نقطه  $A(-1, -\frac{1}{3})$  محور  $x$ ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱)  $-\frac{10}{9}$  (۲)  $\frac{35}{9}$   
 (۳)  $-\frac{8}{9}$  (۴)  $\frac{37}{9}$

از جملات زیر، چند جمله درست است؟

(۱) اگر تابعی اکیداً یکنوا باشد، آنگاه یک‌به‌یک و وارون‌پذیر است.

(۲) تابع ثابت، متناوب یا متقارن نسبت به محور  $y$ ها، وارون‌پذیر نیست.

(۳) اگر تابعی یک‌به‌یک باشد، آنگاه اکیداً یکنوا است.

(۴) تابعی که هم متناوب و هم اکیداً یکنوا باشد، وجود ندارد.

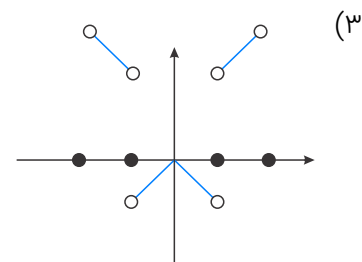
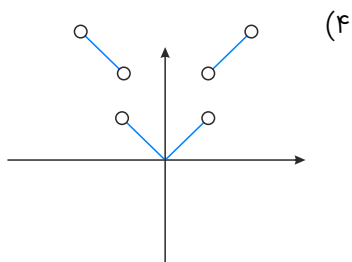
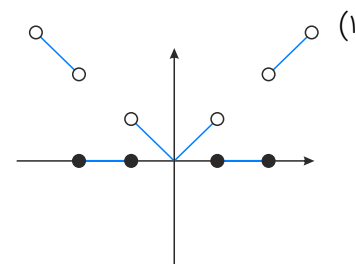
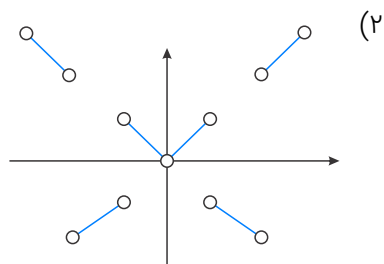
- |       |       |
|-------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) |

## آمار و احتمال

در یک برج مسکونی که دارای سه بال مختلف است، ۳ خانواده از بال شمالی، ۳ خانواده از بال جنوبی و ۴ خانواده از بال غربی انتخاب شده‌اند. در این سه بال احتمال اینکه یک خانواده اقلیت دینی باشد به ترتیب ۶ درصد، ۴ درصد و ۵ درصد است. با فرض اینکه تعداد خانواده‌های هر سه بال برابر باشد، احتمال آنکه خانواده‌ای از این برج، از اقلیت دینی باشد چقدر است؟

- |          |          |
|----------|----------|
| ۰/۰۳ (۲) | ۰/۰۲ (۱) |
| ۰/۰۵ (۴) | ۰/۰۴ (۳) |

۸۸ اگر  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  و  $g(x) = \sin(\pi x)$  باشد، نمودار  $y = xf(g(x))$  در کدام گزینه درست رسم شده است؟



۸۹ اگر  $f(x) = \sin x$  و نمودار  $g(x)$  به صورت خطی عبوری از مبدأ با شیب  $\pi$  باشد، دوره تناوب  $y = f(g(x))$  کدام است؟

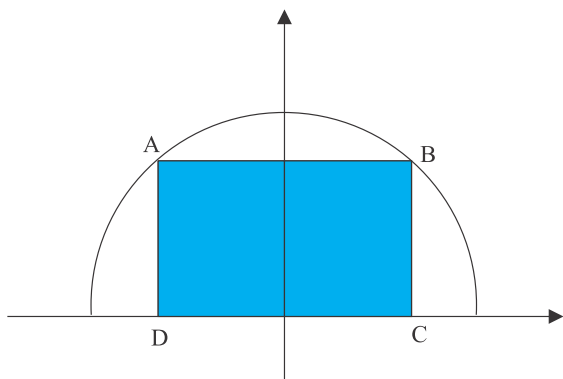
(۲)  $T = \pi$

(۱)  $T = 2\pi$

(۴)  $T = 2$

(۳)  $T = 1$

دو نقطه A و B روی نیم‌دایره  $y = \sqrt{1 - x^2}$  با عرض یکسان در حال حرکت است. اگر مستطیل ABCD را حول محور xها دوران دهیم، ماکزیمم حجم استوانه حاصل چقدر است؟



- (۱)  $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$
- (۲)  $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$
- (۳)  $\frac{3\pi}{\sqrt{3}}$
- (۴)  $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$

بیشترین مقدار تابع  $f(x) = x\sqrt{a^2 - x^2}$  در بازه  $[-a, a]$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

- (۱)  $\frac{a}{\sqrt{2}}$
- (۲)  $\frac{a^2}{2}$
- (۳)  $a^2$
- (۴)  $\frac{a}{2}$

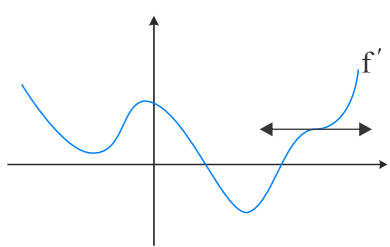
تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x - a} + x + b$  در نقطه  $A(3, -1)$  بحرانی دارد.  $a + b$  کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) ۲
- (۳) ۱
- (۴) -۱

در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 3 - x & ; 1 < x \leq 3 \end{cases}$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) فاقد اکسترمم نسبی است.
- (۲) فاقد اکسترمم مطلق است.
- (۳) یک نقطه بحرانی دارد.
- (۴) تابع یکنوا است.

نمودار مشتق تابع پیوسته  $f$  به صورت زیر است. تابع  $f(x)$  چند نقطه بحرانی دارد؟



- (۱) ۴
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۵

کدام تابع زیر برای هر مقدار  $a$  اکسترمم نسبی ندارد؟

- (۱)  $f(x) = x^3 + ax^2 + x$
- (۲)  $g(x) = x^4 - 4x + a$
- (۳)  $h(x) = x^3 + 4x + a$
- (۴)  $m(x) = x^5 - 5x^2 + a$

در مورد تابع  $f(x) = 2x - |x|$  کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) غیریکنواست.
- (۲) در دو نقطه مشتق ناپذیر است.
- (۳) فاقد نقطه بحرانی است.
- (۴) مینیمم مطلق ندارد.

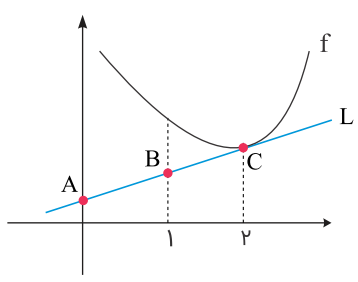
تابع  $f(x) = \begin{cases} |x-1| & ; 0 < x < 2 \\ x+1 & ; x \geq 2 \end{cases}$  در چند نقطه از دامنه خود مشتق ناپذیر است؟

- (۱) صفر
- (۲) یک
- (۳) دو
- (۴) سه

اگر  $f(x) = |x||x+1||x+2||x+3|$  باشد، مقدار  $f'(-\frac{1}{4})$  کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۲
- (۴) ۱

در شکل زیر، تابع  $f(x)$  بر خط  $L$  در نقطه‌ای به طول ۲ مماس است، اگر  $f'(2) = f(2) - 2 = 1$  باشد، مقدار  $\frac{|BC|}{|AB|}$  چقدر است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴



خط  $y = 3x - 4$  در نقطه‌ای به طول ۲ بر تابع مشتق‌پذیر  $f(x)$  مماس است. اگر  $g(-1) = g'(-1) = 7$  باشد، مقدار

مشتق تابع  $h(x) = \frac{f(x+3)}{g(x)+3}$  در نقطه‌ای به طول ۱- واقع بر  $h(x)$  کدام است؟

(۲)  $-0/15$

(۱)  $0/15$

(۴)  $0/16$

(۳)  $-0/16$